

# 超声声辐射力弹性成像中基于拉东变换的剪切波速度估计方法的改进研究

王丽婷 姜翔飞 张嵩 王丛知 郑海荣

(中国科学院深圳先进技术研究院 生物医学与健康工程研究所  
保罗·C·劳特伯生物医学成像研究中心 深圳 518055)

**摘要** 能够无创定量测量人体组织弹性模量的声辐射力脉冲超声弹性成像方法，已经逐渐成为进行肝硬化分期和乳腺癌良恶性判别等临床诊断的重要工具。但是，在临床实践中也发现，弹性模量测量的稳定性会受到测量深度和组织各向异性等多种因素的影响。因此，如何通过算法的改进提高声辐射力脉冲超声弹性成像测量结果的可靠性，一直是该领域所关注的重要课题之一。文章对现有的基于拉东变换的剪切波速度估计算法进行了多种方式的改进，并利用自主研发的声辐射力定量超声弹性成像系统所采集的超声射频数据，对几种方法得出的剪切波速度测量结果进行了比较。这些改进算法可以被分为两类：(I) 在以“时间-侧向位置”为坐标的位移矩阵上进行拉东变换；(II) 在以“时间-深度”为坐标的位移矩阵上进行拉东变换。第一类算法试图找到在某一个特定深度上剪切波侧向传播的最佳拟合轨迹，而第二类算法则试图直接找到在整个测量深度范围内，剪切波波前通过每个侧向位置的准确时间点。文章在标准弹性仿体和离体猪肉组织样本上进行了测量实验，比较了在不同深度位置上重复测量结果的可靠性，以及这些算法的耗时情况。实验结果将有助于我们找到一种兼顾测量稳定性和计算速度的新型剪切波速度估计算法，并将其应用到声辐射力脉冲超声弹性成像中，提高其测量结果的可靠性和在临床应用中的价值。

**关键词** 声辐射力脉冲超声弹性成像；剪切波速度估计；拉东变换

**中图分类号** Q 81 **文献标志码** A

## Study on Modified Shear Wave Speed Estimation Algorithms Based on Radon Transformation in Acoustic Radiation Force Impulse Imaging

WANG Liting JIANG Xiangfei ZHANG Song WANG Congzhi ZHENG Hairong

(Paul C. Lauterbur Research Center for Biomedical Imaging, Institute of Biomedical and Health Engineering,  
Shenzhen Institutes of Advanced Technology, Chinese Academy of Sciences, Shenzhen 518055, China)

**Abstract** Quantitatively assessing the tissue stiffness with the acoustic radiation force impulse imaging

收稿日期：2016-02-25 修回日期：2016-03-15

基金项目：国家自然科学基金项目(81027006、61302038、61302039)；深圳市技术攻关项目(JSGG20140519112701894)；深圳市基础研究项目(JCYJ20120617120202953)

作者简介：王丽婷，硕士研究生，研究方向为医学超声成像；姜翔飞，硕士研究生，研究方向为医学超声成像；张嵩，硕士研究生，研究方向为医学超声成像；王丛知(通讯作者)，博士，副研究员，研究方向为医学超声成像，E-mail: cz.wang@siat.ac.cn；郑海荣，博士，研究员，研究方向为医学超声成像。

(ARFI) method has proved its effectiveness in clinical trials, such as the staging of liver cirrhosis and diagnosis of benign and malignant breast tumor. However, it has also been found that, the stability of its result is affected by many factors, such as measurement depth and tissue's anisotropy. In this study, several modified methods for shear wave speed estimation were designed based on the existing Radon transformation (RT) method, and were compared using ultrasound radio-frequency data collected from a self-developed ARFI system. These RT based algorithms were classified to two types: (I) RT being performed on the displacement matrix with the axes of time and lateral location, and (II) RT being performed on the displacement matrix with the axes of time and depth. Type (I) algorithm attempts to find the best fitting trajectory of shear wave propagation in the lateral direction at a given depth, while Type (II) algorithm tries to directly find the exact time points when the shear wave front passes each lateral location in the whole measurement depth range. Experiments were performed on the soft tissue mimicking phantom and the ex vivo pork tissue sample. The reliability of repeated measurements and the computation time of these modified algorithms were compared. These results can help to find the most stable and time-saving algorithm of shear wave speed estimation, and improve the measurement reliability of ARFI in clinical trials.

**Keywords** acoustic radiation force impulse imaging; shear wave speed estimation; Radon transformation

## 1 引言

声辐射力脉冲成像(Acoustic Radiation Force Impulse Imaging, ARFI)是一种能够无创定量测量组织弹性模量的超声弹性成像方法<sup>[1]</sup>。该方法通过聚焦超声波束产生声辐射力,作用于人体内部的软组织引起局部的微小位移(一般幅度仅为1~10 μm)<sup>[2]</sup>,随后形成剪切波并向周围传播。由于剪切波的传播速度较慢,仅为超声波速度的千分之一,因此可以被高帧频的超声回波成像所追踪,并测量出感兴趣区域(Region of Interest, ROI)的剪切波速度c。一般可以假设组织的密度ρ与水的密度一致,为恒定的1 000 kg/m<sup>3</sup>,再根据一个简化的力学模型E=3ρc<sup>2</sup>,计算出组织的杨氏弹性模量E<sup>[3]</sup>。该技术目前已被应用在西门子公司和飞利浦公司所开发的商用超声影像设备中,通过大量的临床实验,被证明在对多种疾病(如肝硬化和肝脏、乳腺、甲状腺、胰腺等肿瘤)的诊断中具有重要价值<sup>[4]</sup>。

在ARFI算法方面,已经被报道的研究主要集中在位移估计部分,而对随后的剪切波速度估计算法部分的研究则比较少。由于声辐射力所产生的组织位移幅度很小,位移估计算法需要在保证计算速度的同时,尽可能减少由于超声射频(Radio-Frequency, RF)信号的“去相关(decorrelation)”而产生的误差<sup>[5-9]</sup>。实际上,换一个角度分析,这些误差的负面影响可以通过改进剪切波速度估计算法来进行补偿。剪切波速度估计可以使用最直接的方法是求解Helmholtz方程的反问题,也即通过计算组织位移信号的二阶导数来实现剪切波速度估计<sup>[10-13]</sup>。该方法已被成功地应用于磁共振弹性成像(Magnetic Resonance Elastography)技术中<sup>[14-16]</sup>。但对于超声弹性成像来说,RF信号固有的噪声属性使该方法很难获得足够精确和稳定的计算结果。另一种相对比较简单的算法被称为“飞行时间法(Time-of-Flight, TOF)”:当在侧向不同位置观察剪切波的传播时,可以通过位移信号的互相关或者标记位移峰值时间的方

法来确定剪切波波前通过该侧向位置的时间，再用侧向不同位置间的距离除以波前通过各个位置的时间差，就可以得到剪切波的传播速度<sup>[17-21]</sup>。

但是，该方法也有较大的局限性，某些因素，比如脉搏、呼吸等生理运动的影响，RF信号或位移信号较低的信噪比，以及组织的不均匀性等，都会影响所得到的剪切波速度的测量精度，在在体测量的时候这种情况尤其明显。

在此前的研究中，Rouze 等<sup>[22]</sup>尝试使用基于拉东变换(Radon Transformation, RT)的改进型 TOF 方法来改善剪切波速度估计算法的鲁棒性。该方法将在同一深度上的 4 个不同侧向位置所测得的组织位移信号组成一个以“时间(*t*)-侧向位置(*x*)”为坐标的矩阵。对这个矩阵进行拉东变换，即在矩阵中沿不同的直线轨迹对所经过的矩阵元素进行求和。与求和最大值相对应的轨迹，即为最接近剪切波波前依次通过 4 个不同侧向位置传播的线性拟合轨迹；而轨迹在时间轴上的终点减去起点的值，即为剪切波传播所消耗的时间。该方法在一定程度上可以避免由于组织位移信号中存在某些计算错误引起的奇异值而产生的剪切波速度估计误差。然而，该方法并没有给出一个明确的方案：如何来确定哪个深度的位移信号被选中。一般来说，应该选择产生声辐射力的超声聚焦深度，因为在该深度的组织位移幅度理论上是最大的。但在实践中我们发现，如果恰好这个深度上的位移信号出现某些奇异值，则可能引起所计算的剪切波速度发生严重错误。

在本研究中，我们针对现有的基于拉东变换的剪切波速度估计算法进行了多种方式的改进，并利用自主研发的声辐射力定量超声弹性成像系统所采集的数据，对利用不同方法得到的剪切波速度测量结果进行了重复测量可靠性和计算耗时方面的比较。这些实验结果将有助于我们找到一种兼顾测量稳定性和计算速度的

新型剪切波速度估计算法，并将其应用到声辐射力脉冲超声弹性成像中，提高其测量结果的可靠性和在临床应用中的价值。

## 2 方 法

我们所实现的这些改进的剪切波速度估计算法可以分为两类：(I) 在以“时间(*t*)-侧向位置(*x*)”为坐标的位移矩阵(简称“*t-x*”位移矩阵)上进行拉东变换；(II) 在以“时间(*t*)-深度(*z*)”为坐标的位移矩阵(简称“*t-z*”位移矩阵)上进行拉东变换。第一类算法试图找到在某一个特定深度上剪切波侧向传播的最佳拟合轨迹，这与 Rouze 所提出的方法比较相近；而第二类算法则试图直接找到在整个测量深度范围内，剪切波波前通过每个侧向位置的准确时间点，这与 Rouze 的方法有较大区别。下面分别对这些方法的具体实现方式进行介绍。

### 2.1 类型(I)：基于“*t-x*”位移矩阵进行拉东变换的方法

在这类算法中，位移信号被表示为一个以“时间(*t*)-侧向位置(*x*)”为坐标的矩阵，其中侧向位置序号设为 *n*(*n*=1, 2, 3, 4)，相邻两个侧向位置之间的距离为 *d*。为了提高时间分辨率，对原始的位移信号在时间方向上进行了 2 倍的三次样条插值。在这个矩阵中，可以建立一个求从起始位置(1, *t<sub>start</sub>*)延伸到结束位置(4, *t<sub>end</sub>*)的线性轨迹所经过的元素之和的解空间(其中 *t<sub>start</sub>* < *t<sub>end</sub>*)。其中与求和最大值相对应的轨迹，即为最接近剪切波波前依次通过 4 个不同侧向位置传播的线性拟合轨迹。该轨迹在时间轴上的终点 *t<sub>end max</sub>* 减去起点 *t<sub>start max</sub>* 的值，即为剪切波的传播时间。因此，剪切波传播距离和传播时间之间的关系可以表示为：

$$d \times 3 = (t_{end max} - t_{start max}) \times v \quad (1)$$

由此可以计算出剪切波速度 *v*。理论上，对于任

何一组在同一深度上获得的位移信号, 我们可以计算出一个剪切波速度值。

因此, 必须首先确定如何选择某一个特定的深度来进行计算, 本研究提出了 3 种不同的方法: (1) 在产生声辐射力的焦点深度进行计算; (2) 在某几个人为选择的深度进行计算; (3) 综合所有深度的信号进行计算。具体实现方式描述如下:

(1) 在组织位移估计后, 得到 4 个 “ $t-z$ ” 位移矩阵, 每个矩阵对应于一个不同的侧向测量位置, 如图 1(a) 所示。首先对第一个侧向测量位置(即距离剪切波源最近的测量位置)对应的矩阵在时间方向上的前 20 个元素进行按行求和, 该求和值最大的深度被认为是产生声辐射力的焦点深度, 即剪切波幅度最大的深度, 如图 1(b) 所示。将某一个特定深度对应的 4 条位移信号取出, 得

到 4 条“飞行曲线”(如图 1(c) 所示)。将这 4 个位移信号组成一个以“时间-侧向位置”为坐标轴的位移矩阵并进行拉东变换, 与变换结果最大值所对应的轨迹, 在时间轴上的终点  $t_{end\max}$  减去起点  $t_{start\max}$  的值, 即为剪切波的传播时间, 进而可以由剪切波传播距离除以传播时间得到剪切波速度。然后用前述方法计算在该焦点深度的剪切波速度作为最终结果。

(2) 人为选择 5 个深度, 平均分布在 ROI 区域的测量深度范围内, 然后在每个所选深度上按照前述方法进行计算, 得到 5 个剪切波速度值, 取这 5 个速度值的中位数作为最终结果。

(3) 将每个 “ $t-z$ ” 位移矩阵在深度方向上求均值, 得到一行时间方向上的信号, 将这 4 个信号组成一个 “ $t-x$ ” 位移矩阵, 并按照前述方法求得一个剪切波速度值作为最终结果。

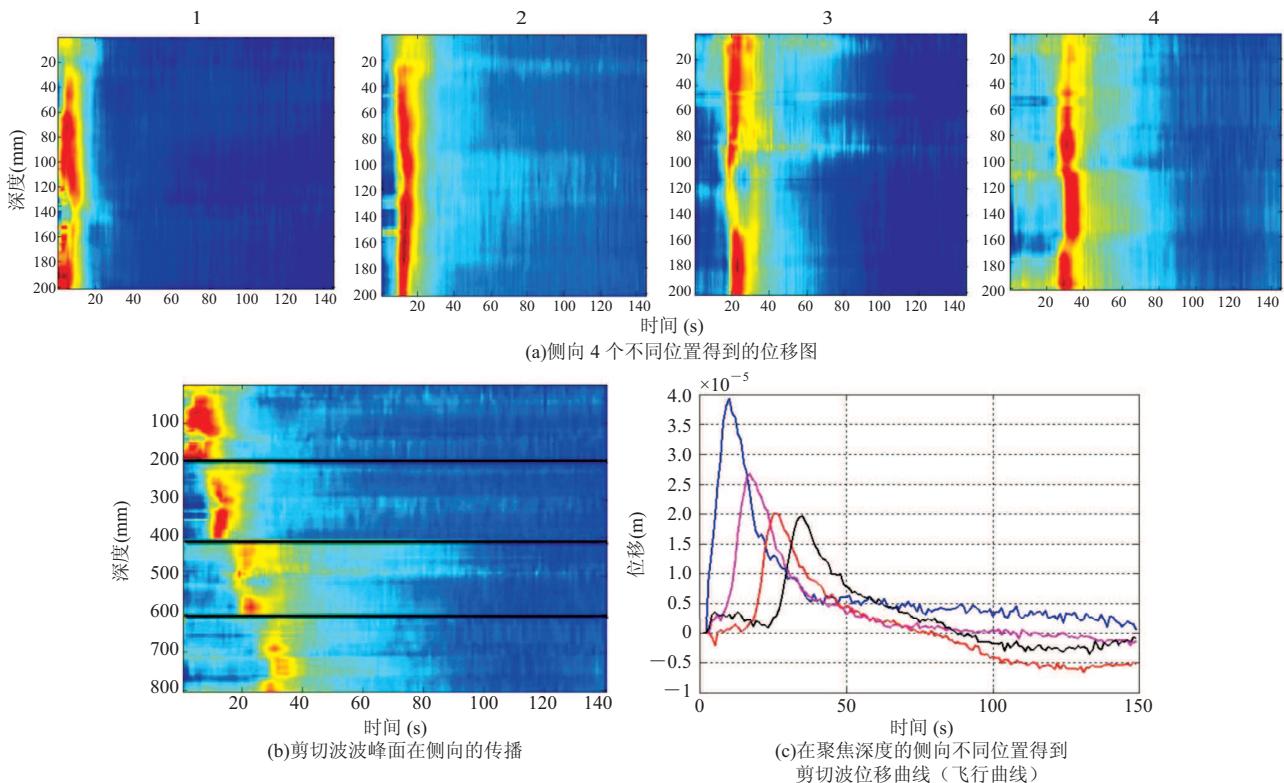


图 1 在产生声辐射力的焦点深度计算剪切波速度

Fig. 1 Calculation of shear wave velocity in the depth of focus where the acoustic radiation force occurs

## 2.2 类型(II): 基于“ $t-z$ ”位移矩阵进行拉东变换的方法

另一方面,如果我们可以在4个“ $t-z$ ”位移矩阵中直接确定剪切波波前经过这些侧向测量位置的准确时间,那么剪切波从一个侧向测量位置到另一个侧向测量位置之间的传播时间就可以很容易地被计算出来,进而可以很容易地计算出剪切波的传播速度。对基于这一理念所提出的几种改进方法的具体实现方式描述如下:

(1) 拉东变换也可以被用来帮助在“ $t-z$ ”位移矩阵中确定剪切波波前经过侧向测量位置的准确时间。拉东变换结果中对应于最大求和值的轨迹,即为剪切波波前的最佳线性拟合结果。我们首先针对原始的位移信号,进行一次波前经过时间的粗略估计。然后,为了进一步提高时间分辨率,在粗略估计所得的时间位置前后各5帧数据的范围内进行时间方向上的20倍三次样条插值。最后,在插值后的小范围内再次利用拉东变换确定更精确的波前经过时间,并根据这些时间值计算剪切波速度。

(2) 为了减少由于需要进行两次拉东变换而增加的计算负担,同时减少位移信号中较大的奇异值所引起的计算误差,我们在(1)算法中进行完三次样条插值后,不进行第二次拉东变换,而是引入了一个阈值的概念来确定波前的精确经过时间。首先,将插值后的信号按列(深度方向)求和,得到一个行信号(时间方向)。然后,定义该行信号的极大值的75%作为阈值,并划定该信号中所有大于阈值的数据所处的时间范围。这个时间范围的中点被确定为波前经过该位置的时间。最后,与(1)中的算法一样,利用这些波前经过侧向位置的时间值计算出剪切波速度。

(3) 此外,我们还尝试了将类型(I)和类型(II)结合起来。首先,同类型(II)的方法(1)一样,利用拉东变换确定波前经过每一个侧向位置的粗略时间。然后,在对应每个粗略的波前

经过时间的一列位移信号中,找到对应位移最大值的深度。由于有4个侧向测量位置,因此可以确定4个不同的深度值,再用这4个深度值的均值作为第5个深度值。最后,同类型(I)的方法(2)一样,在这5个深度分别计算得到5个剪切波速度值,并取这5个速度值的中位数作为最终结果。

## 2.3 上述方法测量可靠性和计算速度的比较

弹性测量实验和RF信号采集由我们自行研发的声辐射力超声弹性成像系统实现<sup>[23]</sup>,该系统具有128个可以独立控制各项参数的超声发射/接收通道;可驱动超声探头频率范围为1~12MHz;采样频率为50MHz;采样精度为12位字长;检测深度为1~10cm;组织杨氏弹性模量的检测范围为1.5~150kPa;测量精度为±0.5kPa。本次实验中所使用探头中心频率为5MHz(发射辐射力时采用3.5MHz激励),高程方向上的声透镜固定聚焦深度为5cm,既用来产生声辐射力和剪切波,也同时用来追踪剪切波的传播。我们先后对自制的仿组织弹性仿体和新鲜离体猪肉组织样本进行了测量实验。ROI区域被设置为B超图像上一个2mm×1.5mm的大小固定的矩形范围。在一个ROI区域所采集的一组RF信号,包括4个侧向测量位置×每个位置采集的100帧数据×每帧数据包括的512个数据点。对相邻两帧的RF信号进行最经典的分段互相关计算,得到对应的组织位移信号,并作为测试上述各种剪切波速度估计算法的输入信号。

处理对应一个ROI区域的一组位移信号所需要的时间,由MATLAB(MathWorks Natick, MA, USA)软件的秒表计时函数完成。该函数通过运行tic命令开始记录计算机的内部时钟,然后通过运行toc命令结束计时并显示所经过的时间。在标准弹性仿体实验中,我们在从20~80mm的8个不同深度的ROI区域进行了剪切波速度的重复测量,每个位置重复测量50次。然后,使用

前述的 6 种不同算法进行了剪切波速度估算, 并比较了各种测量结果的均值和标准差。最后, 通过比较它们的变异系数(定义为用标准差除以均值)来确定不同方法测量结果的可靠性, 变异系数越小, 说明重复测量的可靠性越高。在离体猪肉组织样本实验中, 由于此时测量深度对测量结果的负面影响要远远大于在标准弹性仿体上进行的实验, 以及样品厚度的限制, ROI 区域被设定在较浅的 25 mm、30 mm、35 mm 和 40 mm, 同样在每个位置重复测量 50 次, 计算对应的均值、标准差和变异系数并进行比较。

### 3 结 果

6 种剪切波速度估计算法处理同一种组织位移数据所花费的计算时间, 按照由短到长的顺序排列, 分别是: 类型(I)方法(2)、类型(I)方法(3)、类型(I)方法(1)、类型(II)方法(1)、类型(II)方法(3)和类型(I)方法(2), 对应的耗时分别为 0.53 s、0.60 s、0.61 s、2.80 s、2.93 s 和 3.01 s。由此可见, 前 3 种方法比其他方法的计算速度要快得多。

我们所使用的标准弹性仿体与离体猪肉组织

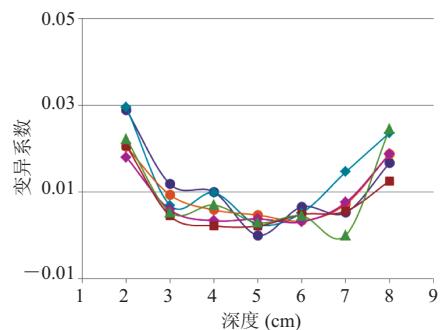


图 2 不同剪切波速度估计算法在标准弹性仿体上不同深度的 ROI 区域所得到的变异系数值

Fig. 2 Values of coefficient of variation obtained in the ROI area of standard elasticity phantom at different depth by different algorithms

样本的弹性模量值处于相同范围(其剪切波速度值都在 2.5~3 m/s), 因此, 对在两者上进行测量时分别得到的变异系数值进行比较有一定的参考意义。图 2 为在弹性仿体上进行测量时, 6 种剪切波速度估计算法在不同深度的 ROI 区域上所得到的变异系数值。由图可以看到, 在较浅和较深的测量位置上, 所有算法所得到变异系数值都有增大的趋势; 而几乎对于所有算法, 变异系数最小的测量位置都处于 5 cm 的深度, 也即高程方向上的声透镜固定聚焦深度。

图 3 为在离体猪肉组织样本上测量时, 6 种算法在不同深度的 ROI 区域上所得到的变异系数值。可以看到, 这些变异系数值要明显大于在标准弹性仿体上所得到的结果。与在仿体上的测量不同的是, 在离体猪肉组织样本上, 变异系数最小的测量位置并不在高程方向上的声透镜固定聚焦深度(5 cm), 而是在较浅的位置上(2.5~3 cm), 在最深的位置(4 cm)所得到的变异系数值远远大于其他三个位置。

### 4 讨 论

实验结果显示, 在标准弹性仿体上, 所有算

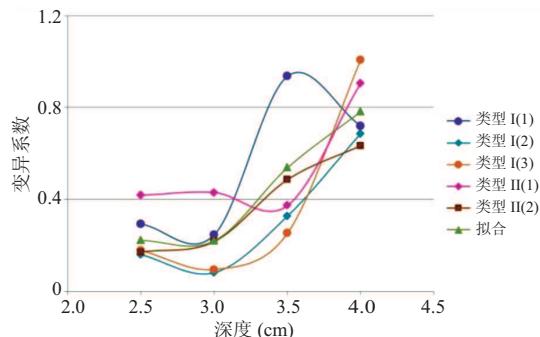


图 3 不同剪切波速度估计算法在离体猪肉组织上不同深度的 ROI 区域所得到的变异系数值

Fig. 3 Values of coefficients of variation obtained in the ROI area of in vitro pork tissue at different depth by different algorithms

法的计算结果的变异系数都出现了在较浅和较深的测量位置变大的趋势，即在这些位置的测量结果的可靠性下降。这一现象也同样出现在利用现有的商用超声弹性成像设备，Aixplorer 系统(法国声科公司)进行的类似研究中<sup>[24]</sup>。出现这种现象的原因，一方面与探头高程方向上的聚焦深度有关，另一方面也与探头聚焦孔径与聚焦深度的比值(即 F Number)有关。F Number 会显著影响聚焦区域的长宽尺寸，进而影响声辐射力的幅度和作用范围，以及剪切波的产生效果，同样也会影响追踪剪切波时所接收到的超声回波信号的信噪比。此外，在离体猪肉组织样本上所得到的变异系数值要远大于在标准弹性仿体的同样深度所得到的数值。这可能与猪肉组织具有更明显的不均匀性，以及更大的声衰减系数和粘性系数有关。不均匀性会直接影响超声回波信号的信噪比；较大的声衰减系数一方面会降低声辐射力的幅度和由此产生的剪切波的振动幅度，另一方面也同样会降低超声回波信号的信噪比，特别是对于从较深的测量位置反射回来的信号；而较大的粘性系数可以造成剪切波更迅速的衰减，进而明显增加组织位移估计的计算误差，降低剪切波速度计算结果的可靠性。另一个现象是，在离体猪肉组织样本上变异系数从 4 cm 深度就开始随深度明显增大，而没有表现出在标准弹性仿体上那种与高程方向上聚焦深度相关的表现，这应该也与上面所分析的各种复杂的影响因素有关。

在标准弹性仿体上，不同算法所得到的变异系数在同一深度差异不大，但在离体猪肉组织样本上则差异较大。对类型(I)中的算法，方法(2)和方法(3)的变异系数低于方法(1)。这说明方法(2)和(3)具有更好的可靠性，但是，当组织位移信号中包含较多的异常大值时，两者的稳定性也是不同的。方法(2)中，插值和拉东变换是在 5 个不同深度进行计算的，因此，它的计算量远远大于方法(1)和(3)。但是，方法(2)取 5 个结果

的中位数作为最终结果，由于中位数结果不易受到异常值的影响，因此也更为稳定。这从图 3 中 4 cm 深度处测得到的变异系数值的对比中可以看出来。由于方法(3)是对组织位移信号先取平均值，因此只需要进行一次插值和拉东变换的计算，计算量仅为方法(2)的五分之一。这时，一般的位移异常值对于计算结果的影响会远小于方法(1)，但如果出现非常大的异常值，结果还是会受到影响。

对类型 (II) 中的算法，方法(1)需要计算两次插值和拉东变换。然而，在离体猪肉组织样本上，它的测量稳定性表现比其他所有算法都差。方法(2)只需要进行一次插值和一次拉东变换计算，这使它成为 6 个算法中最快的一个。相比于方法(1)，使用阈值概念使方法(2)可以有效地减少由于组织位移的异常大值或者剪切波波峰面的不规则形状对计算结果所造成的负面影响。从图 3 中在猪肉组织 4 cm 深度处测得到的变异系数值可以看出，相比于其他方法，方法(2)具有最好的抗噪能力，它的变异系数是最小的。而结合了类型(I)中技巧的方法(3)，试图利用波峰的通过时间信息来确定计算剪切波速度的深度，实验结果表明，这种方式效果并不理想。

在离体猪肉组织样本上得到的结果相对来说更有意义，因为它更接近于人体组织。在比较浅的测量深度(2.5~3.5 cm)，类型(I)中的方法(2)和方法(3)表现出相对较好的稳定性，这主要是因为其中的取均值步骤和取中值步骤，可以比较成功地降低组织位移信号中异常大值的影响。但是，当测量深度进一步增加时(4 cm)，类型 (II) 中的方法(2)表现出更好的稳定性，这主要是由于引入了阈值的概念，因此可以更有效地减少组织位移信号中的异常大值，以及不规则的波峰面传播形态所造成的影响。根据本研究的结果，我们建议当测量深度较浅时，使用类型(I)中的方法(2)或(3)，而在更深的测量深度时，则

使用类型(II)中的方法(2)以提高测量结果的可靠性。切换两种算法的具体触发条件,还有待于进行进一步的研究来确定。

必须指出的是,我们的研究还存在着局限性。首先是进行统计分析的测量深度数量有限,特别是在离体猪肉组织样本上的测量深度选择较少。除此之外,异常大值在组织位移信号中出现的原因和规律还有待于进一步分析和确定,这也将有助于我们进一步提高剪切波速度估计算法的可靠性和稳定性。

## 5 总 结

综上所述,本研究对现有的基于拉东变换的剪切波速度估计算法进行了多种方式的改进,并对几种方法得出的剪切波速度进行了比较。通过在标准弹性仿体和离体猪肉组织样本上的测量实验,比较了在不同深度位置上重复测量结果的可靠性,以及这些算法的耗时情况。这些结果将有助于我们找到一种兼顾测量稳定性和计算速度的新型剪切波速度估计算法,并将其应用到声辐射力脉冲超声弹性成像中,提高其测量结果的可靠性和在临床应用中的价值。

## 参 考 文 献

- [1] Chen SG, Fatemi M, Greenleaf JF. Quantifying elasticity and viscosity from measurement of shear wave speed dispersion [J]. Journal of the Acoustical Society of America, 2004, 115(6): 2781-2785.
- [2] Doherty JR, Trahey GE, Nightingale KR, et al. Acoustic radiation force elasticity imaging in diagnostic ultrasound [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2013, 60(4): 685-701.
- [3] Walker WF. Internal deformation of a uniform elastic solid by acoustic radiation force [J]. Journal of the Acoustical Society America, 1999, 105(4): 2508-2518.
- [4] Cosgrove D, Piscaglia F, Bamber J, et al. EFSUMB guidelines and recommendations on the clinical use of ultrasound elastography. Part 2: clinical applications [J]. Ultraschall in Der Medizin, 2013, 34(3): 238-253.
- [5] Cespedes I, Ophir J, Ponnekanti H, et al. Elastography: elasticity imaging using ultrasound with application to muscle and breast in vivo [J]. Ultrasonic Imaging, 1993, 15(2): 73-88.
- [6] Pesavento A, Perrey C, Krueger M, et al. A time-efficient and accurate strain estimation concept for ultrasonic elastography using iterative phase zero estimation [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 1999, 46(5): 1057-1067.
- [7] Srinivasan S, Ophir J. A zero-crossing strain estimator for elastography [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2003, 29(2): 227-238.
- [8] Eskandari H, Salcudean SE, Rohling R. Tissue strain imaging using a wavelet transform-based peak search algorithm [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2007, 54(6): 1118-1130.
- [9] Lindop JE, Treece GM, Gee AH, et al. Phase-based ultrasonic deformaton estimation [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2008, 55(1): 94-111.
- [10] Nightingale K, McAleavy SG. Shear-wave generation using acoustic radiation force: in vivo and ex vivo results [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2003, 29(12): 1715-1723.
- [11] Bercoff J, Tanter M, Fink M. Supersonic shear imaging: a new technique for soft tissue elasticity mapping [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2004, 51(4): 396-409.
- [12] Palmeri ML, McAleavy SA, Trahey GE, et al. Ultrasonic tracking of acoustic radiation force-induced displacements in homogeneous media [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2006, 53(7): 1300-1313.
- [13] Pinton GF, Dahl JJ, Trahey GE. Rapid tracking of small displacements with ultrasound [J]. IEEE

- Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2006, 53(6): 1103-1117.
- [14] Oliphant TE, Manduca A, Ehman RL, et al. Complex-valued stiffness reconstruction for magnetic resonance elastography by algebraic inversion of the differential equation [J]. Magnetic Resonance Medicine, 2001, 45(2): 299-310.
- [15] Sandrin L, Tanter M, Catheline S, et al. Shear modulus imaging with 2-D transient elastography [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2002, 49(4): 426-435.
- [16] Sinkus R, Tanter M, Xydeas T, et al. Viscoelastic shear properties of in vivo breast lesions measured by MR elastography [J]. Magnetic Resonance Imaging, 2005, 23(2): 159-165.
- [17] Sandrin L, Fourquet B, Hasquenoph JM, et al. Transient elastography: a new noninvasive method for assessment of hepatic fibrosis [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2003, 29(12): 1705-1713.
- [18] McLaughlin J, Renzi D. Shear wave speed recovery in transient elastography and supersonic imaging using propagating fronts [J]. Inverse Problems, 2006, 22(2): 681-706.
- [19] McLaughlin J, Renzi D. Using level set based inversion of arrival times to recover shear wave speed in transient elastography and supersonic imaging [J]. Inverse Problems, 2006, 22(2): 707-725.
- [20] Palmeri ML, Wang MH, Dahl JJ, et al. Quantifying hepatic shear modulus in vivo using acoustic radiation force [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2008, 34(4): 546-558.
- [21] Tanter M, Bercoff J, Athanasiou A, et al. Quantitative assessment of breast lesion viscoelasticity: initial clinical results using supersonic shear imaging [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2008, 34(9): 1373-1386.
- [22] Rouze NC, Wang MH, Palmeri ML, et al. Robust estimation of time-of-flight shear wave speed using a radon sum transformation [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics Ferroelectrics & Frequency Control, 2010, 57(12): 2662-2670.
- [23] Qiu WB, Wang CZ, Li Y, et al. A scanning-mode 2D shear wave imaging (s2D-SWI) system for ultrasound elastography [J]. Ultrasonics, 2015, 62: 89-96.
- [24] Wang CZ, Zheng J, Huang ZP, et al. Influence of measurement depth on the stiffness assessment of healthy liver with real-time shear wave elastography [J]. Ultrasound in Medicine & Biology, 2014, 40(3): 461-469.